دمای جسد و تخمین زمان مرگ با استفاده از معادلات دیفرانسیل

سعید محمدیان سمنانی* - **دکتر یلدا زرگر****

* کارشناس ارشد ریاضیات کاربردی، عضو هیأت علمی دانشگاه سمنان

** متخصص پزشکی قانونی، اداره کل پزشکی قانونی استان سمنان

چکیده

زمینه و هدف: تخمین زمان مرگ یکی از مهم‌ترین و پیچیده ترین مسایل پزشکی قانونی است که به دلیل وابستگی به شرایط محیطی و عوامل درونی جسد، هرگز نمی‌توان آن را به طور دقیق تعیین نمود. این مقاله روشی ارایه می‌دهد که با استفاده از روش‌های ریاضیات می‌توان زمان سپری شده از مرگ و مدت زمانی را که جسد در محلی غیر از محل کشف آن قرار داشته است را محاسبه نمود.

روش بررسی: با به کار گیری «تبدیلات لاپلاس» در حل معادلات دیفرانسیل و استفاده از قانون «سرد شدن نیوتن» و با استفاده از داده‌هایی شامل دمای جسد و محیط‌های قرارگیری آن به حل دو مثال جداگانه می‌پردازیم.

یافته‌ها: در مثال اول که جسد از زمان مرگ تا زمان کشف آن در محیط واحدی بوده است زمان سپری شده از مرگ با استفاده از حل معادلات دیفرانسیل مربوطه در شرایط اولیه به دست می‌آید. در مثال دوم که مرگ در محلی متفاوت از محل کشف جسد رخ داده است مدت زمانی که جسد در محل اولیه قرار داشته است با استفاده از «تابع پله‌ای واحد» و بیان دمای دو محیط با حل معادلات دیفرانسیل مربوطه، زمان مرگ محاسبه می گردد.

نتیجه‌گیری: در موارد ثابت بودن محل جسد، زمان گذشته از مرگ را می‌توان با داده‌هایی شامل دمای محیط و جسد محاسبه نمود و در مواردی که جسد جابجا شده باشد با داده‌هایی شامل دمای محیط اولیه و دمای محیط کشف جسد و دمای جسد می‌توان مدت زمان قرار گیری جسد در محیط اولیه را به دست آورد.

واژگان کلیدی: تخمین زمان مرگ، معادلات دیفرانسیل

وصول مقاله : ۱۳۸۴/۱۰/۱۸ پذیرش مقاله : ۱۳۸۵/۳/۳۱

نویسنده پاسخگو: سمنان – جاده دامغان – دانشگاه سمنان – دانشکده علوم پایه – گروه ریاضی saiidmohammadian@yahoo.com

مقدمه

گر چه مطالعه سرعت سرد شدن جسد به علم فیزیولوژی مربوط می‌شود، ولی کاربرد آن در تخمین زمان فوت، آن را به یک موضوع شایع در پزشکی قانونی تبدیل کرده است. از زمان‌های قدیم می‌دانستند، جسد پس از مرگ به تدریج سردتر می‌شود ولی اندازه‌گیری علمی این پدیده به قرن ۱۹ و دکتر جان داوی برمی‌گردد که در سال ۱۸۳۹ در جنگ مالت و بریتانیا با استفاده از دماسنج جیوه‌ای دمای بدن سربازان کشته شده را اندازه‌گیری کرد. پس از آن مطالعات زیادی در این مورد انجام شده و پدیده‌هایی مثل دمای مرکزی بدن، شیب گرمایی، تأثیر عایق‌سازی بدن و کفه (Plateau) دمایی اولیه شناسایی شد.

اگر درجه حرارت محیط ۳۷ درجه سانتیگراد یا بیش از آن نباشد، جسد انسان پس از مرگ به تدریج سرد می‌شود. یک جسد آزمایشگاهی یکنواخت و بر اساس قانون «سرد شدن نیوتن» سرد می‌شود. بر طبق این قانون سرعت سرد شدن با تفاوت دمای سطح بدن و محیط اطراف رابطه مستقیم دارد. از نظر نموداری این دو متغیر با هم یک منحنی نمایی[1] - و نه یک خط مستقیم – می‌سازند.

جسد انسان دقیقا از قانون نیوتن تبعیت نمی‌کند ولی میزان انحراف از آن به عوامل متعددی از جمله سن، وزن، البسه، جریان هوا، رطوبت محیط و ... بستگی دارد. با حدوث مرگ، انتقال گرما در داخل بدن از طریق جریان خون متوقف می‌شود. تولید متابولیک گرما که عمدتاً در عضلات و کبد صورت می‌گیرد کاملاً متوقف نشده، برای مدتی، تولید گرما به طور نسبی ادامه می‌یابد. پس از مرگ، پوست بدن

1 - Exponential

[Downloaded from sjfm.ir on 2026-11-02]

به سرعت سرد می‌شود، زیرا به علت ایست قلبی جریان خون گرم به سوی آن از حرکت باز می‌ایستد. سرعت سرد شدن پوست به البسه جسد، طرز قرارگیری آن، نوع و ساختار سطح زیرین و مهم‌تر از همه دمای محیط بستگی دارد. داخل بدن تا زمان برقراری شیب گرمایی در سطح پوست سرد نمی‌شود. نسوج بدن نسبت به گرما عایق بوده و ایجاد شیب گرمایی به زمان نیاز دارد. به همین دلیل دماسنجی که در نزدیکی مرکز بدن (معمولاً در رکتوم) قرار داده می‌شود تا مدتی سقوط دما را نشان نمی دهد. قسمت مرکزی نمودار سرد شدن بدن نسبتا مستقیم یا دارای انحنای کمی بوده و تقریبا بر قانون نیوتن منطبق است و با کم شدن تفاوت دمای بدن و محیط اطراف، نمودار نیز در انتها به تدریج مسطح می شود. قسمت مرکزی و شیب دارتر نمودار در پزشکی قانونی کاربرد دارد.

از نظر تئوری، اگر دمای جسد در زمان فوت ۳۷ درجه فرض شود، با یافتن نقطه ای از نمودار که دمای اندازه گیری شده از رکتوم را نشان می‌دهد و با توجه به نقطه ۳۷ درجه که صفر منحنی از نظر زمانی است، می‌توان زمان فوت را محاسبه نمود. متأسفانه دخالت برخی متغیرها این فرض جالب را غیر عملی می‌سازند. خود این متغیرها نیز در طی زمان قبل از کشف جسد تغییر می‌کنند مثلاً از زمان فوت تا زمان کشف جسد دمای محیط ممکن است دچار تغییرات متعددی شود و اغلب پاتولوژیست نمی‌تواند این تغییرات را ثبت کند، ضمن اینکه احتمال جابجایی جسد نیز وجود دارد که در این مقاله این مورد، بررسی می‌شود به این صورت که با استفاده از معادلات دیفرانسیل طی مثال‌هایی با حل دو مسأله جداگانه، روش تخمین زمان مرگ و تعیین مدت زمان قرارگیری جسد در محلی غیر از محل کشف جسد، بررسی می‌گردد. در اهمیت تخمین زمان مرگ شکی وجود ندارد و تعیین مدت زمان قرارگیری جسد در محلی غیر از کشف جسد می‌تواند در ارزیابی صحت گفته های متهم یا متهمین به قتل یا شاهدان احتمالی مفید باشد.

روش بررسی

در این بررسی، با استفاده از «تبدیلات لاپلاس» در حل معادلات دیفرانسیل و استفاده از قانون «سرد شدن نیوتن» به محاسبه زمان مرگ و مدت زمان قرارگیری جسد در محل غیر از کشف جسد پرداختیم. برای این محاسبه از داده‌هایی نظیر دمای جسد و دمای محیط‌های قرارگیری جسد استفاده کردیم. شرح محاسبات در بخش یافته ها آمده است.

یافته‌ها

جهت روشن شدن روش استفاده از فرمول‌های ریاضی حل معادلات دیفرانسیل در تخمین زمان فوت و تخمین مدت زمان قرارگیری جسد در محلی غیر از محل کشف آن، با استفاده از دو مثال به بررسی این مطالب می پردازیم:

مثال یک:

یک صحنه جرم را که در آن یک فرد به قتل رسیده است در نظر بگیرید به طور مثال صاحب یک طلا فروشی در مغازه‌اش به قتل رسیده است و جسد او ساعت ۷ صبح روز بعد در مغازه اش کشف شده است. پزشکی قانونی دمای بدن مقتول را در ساعت ۷ صبح، ۲۲/۵ درجه سانتیگراد و یک ساعت بعد یعنی ساعت ۸ صبح، دمای بدن مقتول را ۲۲ درجه سانتیگراد برآورد کرده است. اگر فرض کنیم که دمای محیط مغازه در طول شب ثابت و برابر ۲۰ درجه سانتیگراد بوده می‌خواهیم تخمین بزنیم که مرگ در چه ساعتی اتفاق افتاده است. اگر دمای بدن متوفی را در لحظه t با $T(t)$ نشان دهیم و فرض کنیم که دمای بدن او در لحظه مرگ ۳۷° سانتیگراد بوده یعنی ۳۷= T(0). همچنین فرض می‌کنیم مدت زمانی که از مرگ فرد گذشته است tc باشد؛ بنابراین

$$T(t_c) = 22.5^{\circ}$$

$$T(t_c + 1) = 22^{\circ}$$

و دمای محیط را با $T_a(t)$ نشان می‌دهیم یعنی

$$T_a(t) = 20^{\circ}$$

بنابر «قانون سرد شدن نیوتن» داریم:

$$\frac{dT}{dt} = -K\,(T(t) - T_a(t))$$

و یا

$$T'(t) = -K\,(T(t) - T_a(t))$$

با محاسبه تبدیل لاپلاس طرفین تساوی اخیر داریم:

$$L\{T'(t)\} = -L\{K\,(T(t) - T_a(t))$$

$$-T(0) + SL\{T(t)\} = -KL\{T(t)\} + KL\{T_a(t)\}$$

$$(S + K)L\{T(t)\} = KL\{T_a(t)\} + T(0)$$

$$L\{T(t)\} = \frac{K}{S + K} L\{T_a(t)\} + \frac{T(0)}{S + K}$$

اکنون با محاسبه تبدیل لاپلاس معکوس داریم

$$T(t) = \int_0^t KT_a(z)e^{-K(t-z)}\,dz + T(0)e^{-kt}$$

$$T(t) = T(0)e^{-Kt} + Ke^{-Kt}\int_0^t T_a(z)e^{Kz}\,dz$$

از آنجایی‌که $T_a(t) = 20$ و $T(0) = 37$ پس

[Downloaded from sjfm.ir on 2026-11-02]

$$T(t) = 37e^{-Kt} + Ke^{-Kt}\int_0^t 20\,e^{Kz}dz$$

$$T(t) = 37\,e^{-Kt} + 20\,Ke^{-Kt}\,[\frac{1}{K}e^{Kt} - \frac{1}{K}]$$

$$T(t) = 37\,e^{-Kt} + 20\,(1 - e^{-Kt})(\mathrm{I})$$

و از آنجا

$$T(t) = 17\,e^{-Kt} + 20$$

بنابراین

$$T(t_c) = 17\,e^{-Kt_c} + 20$$

بایـد از رابطـه اخیر K و همچنین t_c یعنی مـدت زمانی که از مرگ گذشته را بیابیم با اعمال دو شرط اولیه

$$T(t_c) = 22.5, T(t_c + 1) = 22$$

داریم

$$T(t_c) = 22.5 = 17\,e^{-Kt_c} + 20$$

$$T(t_c + 1) = 22 = 17\,e^{-K(t_c+1)} + 20$$

$$2.5 = 17\,e^{-Kt_c}\ (*)$$

$$2 = 17\,e^{-K(t_c+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{2.5}{2} = e^{K} \Rightarrow K = Ln(1.25)$$

$$\Rightarrow K \approx 0.223$$

اکنون با جاگذاری K در رابطه (*) داریم

$$2.5 = 17\,e^{-0.233t_c}$$

$$\frac{2.5}{17} = e^{-0.233t_c}$$

$$-1.917 = -0.223\,t_c \Rightarrow t_c \approx 8.6$$

بنابراین مرگ تقریبا ۸ سـاعت و ۳۶ دقیقه قبل (قبل از سـاعت ۷ صبح) رخ داده اسـت یعنی تقریبا در سـاعت ۱۰:۲۴ صورت گرفته است.

مثال دو:

اکنـون فـرض کنیم که بـا بررسـی دقیق تر پلیـس به این نتیجه رسـیده است که جنازه مدتی بیرون مغازه نگه داشته شده و سـپس به داخل مغـازه آورده شده اسـت پـس در این وضعیت تخمیـن زمان مـرگ به روش قبلی صحیح نمی‌باشـد. تحت همان شرایط قبلی یعنی $T(0) = 37, T(8) = 22, T(7) = 22.5$ و $T_a(t) = 20$ = دمای درون مغازه در طول شـب و نیز با فرض اینکه دمای بیرون مغازه ۴ درجه سانتیگراد باشد مدت زمانی که جسد بیرون مغازه بوده مساوی b قرار می دهیم

و سپس تابعی به صورت زیر تعریف می کنیم

$$f(t) = \begin{cases} 4; 0 \le t \le b \\ 20; b\rangle t \end{cases}$$

تابع اخیر را به کمک تابع پله ای واحد بصورت زیر می نویسیم

$$f(t) = 4 + 16\,H(t-b)$$

که در آن $H(t-b) = \begin{cases} 1; t \ge b \\ 0; t < b \end{cases}$

در ایـن صورت تابع $f(t)$ باید به جای $T_a(t)$ در حالت قبلی قرار گیرد یعنی

$$T(t) = T(0)e^{-Kt} + Ke^{-Kt}\int_0^t [4 + 16\,H(t-b)]e^{Kz}dz$$

$$T(t) = T(0)e^{-Kt} + Ke^{-Kt}(\int_0^b 4e^{Kz}dz + 20\int_b^t e^{Kz}dz)$$

$$T(t) = T(0)e^{-Kt} + Ke^{-Kt}[[\frac{4}{K}e^{Kz}]_0^b + [\frac{20}{K}e^{Kz}]_b^t]$$

$$T(t) = T(0)e^{-Kt} + Ke^{-Kt}[\frac{4}{K}e^{Kb} - \frac{4}{K} + \frac{20}{K}e^{Kt} - \frac{20}{K}e^{Kb}]$$

$$T(t) = T(0)e^{-Kt} + (-4e^{-Kt} + 20 - 16\,e^{Kb}e^{-Kt})$$

$$T(t) = e^{-Kt}[T(0) - 16\,e^{Kb} - 4] + 20$$

حال چون $T(0) = 37, T(7) = 22.5, T(8) = 22$

پس

$$22.5 = e^{-7K}[37 - 16\,e^{Kb} - 4] + 20$$

$$22 = e^{-8k}[37 - 16\,e^{Kb} - 4] + 20$$

$$2.5 = e^{-7K}[33 - 16\,e^{Kb}]\ (**)$$

$$2 = e^{-8K}[33 - 16\,e^{Kb}]$$

$$\frac{2.5}{2} = e^{K} \Rightarrow K = Ln(1.25) = 0.223$$

مشـاهده می شـود که این همان K یی اسـت که در حالت قبل به دسـت آمد و این موضوع طبیعی اسـت زیرا برای همان جسد است. اکنون با جاگذاری این مقدار K در رابطه (**) داریم

$$2.5 = e^{-7(0.223)}(33 - 16\,e^{0.223b})$$

$$11.91 = 33 - 16\,e^{0.223b}$$

$$-21.09 = -16\,e^{0.223b} \Rightarrow 1.32 = e^{0.223b}$$

و از آنجا $b \approx 1.24$

بنابراین جنازه حدود یک سـاعت و چهـارده دقیقه بیرون مغازه

[Downloaded from sjfm.ir on 2026-11-02]

بوده است و بعدا به داخل مغازه منتقل شده است.

نتیجه گیری

با حل مسایل فوق نتیجه می‌شود که می‌توان با استفاده از داده‌هایی شامل دمای محیط یا محیط‌های قرارگیری جسد و دمای بدن در زمان کشف جسد و زمان‌های مشخص بعد از آن و با فرض دمای بدن ۳۷ درجه سانتیگراد در زمان مرگ، مدت زمان سپری شده از مرگ و در مواردی که جسد جابجا شده باشد با استفاده از فرمول‌های زیر، مدت زمان قرارگیری جسد در محیط اولیه را تعیین نمود.

$$K = \frac{1}{m}.\ln(\frac{\alpha}{\beta})$$

$$tc = \frac{\ln(\frac{\alpha}{\gamma})}{-k}$$

$$b = \frac{1}{k}.\ln(\frac{\lambda_1 - \alpha e^{ck}}{\lambda_2})$$

k= ثابت جسد

tc = مدت زمان سپری شده از مرگ

C =زمان اندازه گیری اولیه دمای جسد(ساعت)

m= تفاضل زمانهای اندازه گیری دمای جسد(ساعت)

α= [دمای بدن در زمان کشف جسد- دمای محیط]

β=[دمای بدن در زمان بعدی از کشف جسد- دمای محیط]

γ=[دمای محیط - ($37^{\circ C}$) دمای بدن در زمان مرگ(ساعت)]

b=مدت زمانی که جسد در محیط اول قرار داشته است(ساعت)

λ۱=[دمای محیط اول - ($37^{\circ C}$) دمای بدن در زمان مرگ]

λ۲=[تفاضل دمای دو محیط قرارگیری جسد]

e=عدد نپر $\cong 2/718$

البته کاملا واضح است که هرچند محاسبات فوق از نظر علم ریاضی کامل و دقیق است ولی به لحاظ کار با محیط‌های بیولوژیک نظیر بدن انسان که عوامل متعددی مانع از افت خطی دمای پس از مرگ می‌شوند و نیز دمای محیط‌های قرارگیری جسد که ثابت فرض کردن آن که در محاسبات فوق انجام شده است عملاً محال می‌باشد، منجر به تخمینی بودن و نه دقیق بودن نتایج حاصله می‌گردد. البته در صورتی که بتوان دماهای زمان‌های متفاوت، مثلاً در ۲۴ ساعت بعدی را با زمان قرارگیری جسد در آن محیط شبیه‌سازی کرد می‌توان با استفاده از درون یابی به روش ریاضی، زمان‌های دقیق‌تری را نیز ارایه نمود.

تقدیر و تشکر

با سپاس از سرکار خانم دکتر اصغری و جناب آقای دکتر قدیانی که در مراحل تدوین مقاله راهنمایمان بودند.

References

1- Knight B. Forensic Pathology. Second edition. USA: Oxford university; 1996. P: 427

۲ – محمدیان سمنانی سعید، کرامتی باقر. معادلات دیفرانسیل معمولی و کاربرد آنها، چاپ اوّل، سمنان، انتشارات دانشگاه سمنان، ۱۳۷۸، صفحه ۱۸٦-۱۷٦.

[Downloaded from sjfm.ir on 2026-11-02]